



OS QUEBRA-CABEÇAS NA MOTIVAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA *THE BREAKAGE-HEAD IN MOTIVACAO DO ENSINO MATEMATICA*

^I Bárbaro Fernández Suárez, ^{II} Marlén Sánchez Zayas e ^{III} Jorge Luis Abad Matos, ^{IV} Norma Ruiz Ruiz e ^V Bárbara Fernández Moreira.

RESUMO

A especialidade Matemática é considerada por muitas pessoas difícil, abstrata, complexa; por tanto, seu tratamento nos centros educacionais deve caracterizar-se por ser atrativo, prazeroso e motivador. O objetivo deste trabalho é apresentar um folheto elaborado pelos autores, utilizado para contribuir na motivação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas relacionadas à Matemática que são ministradas no Curso de Bacharelado em Educação Matemática. Foram utilizados métodos de nível teórico como: histórico-lógico, análise e síntese, indução-dedução. Ao nível empírico recorreu-se à revisão de diversos documentos metodológicos de trabalho e à observação de desempenho. Neste trabalho há uma breve descrição do caderno que contém quebra-cabeças matemáticos, bem como algumas sugestões a ter em conta para a sua utilização nas aulas. As partes e seções deste também são descritas. São destacadas algumas reflexões teóricas sobre quebra-cabeças matemáticos, o potencial que oferecem para o ensino desta ciência, bem como uma representação dos mesmos por seções, com suas respectivas sugestões e soluções. Estes quebra-cabeças foram utilizados nas aulas da disciplina Prática de Resolução de Exercícios e Problemas de Matemática Elementar I, que é lecionada no primeiro ano, obtendo resultados satisfatórios na motivação para o estudo de conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: Quebra-cabeças Matemático; folheto; Motivação

ABSTRACT

Many people consider the mathematics specialty as difficult, abstract, complex; therefore, their treatment in educational centers supposes to be characterized by being attractive, entertaining, motivating. The current work aims to present a pamphlet made by the author used to contribute to motivate students in the learning process of mathematic-related disciplines taught at the Major in Education with a specialization in Mathematics. We used methods of the theoretical level, such as historical-logical, analysis and synthesis, induction-deduction; also, were used from the empirical level, the review of several documents of the methodological work and the observation of performance. In this work, there is a brief description of the pamphlet that contains mathematical puzzles, to answer the objective set out above; as well as some suggestions to keep in mind for its use in the classes. The parts and sections of this have been described. A brief description is provide in form of a pamphlet containing mathematical riddles to be taken into account in class in order to fulfill the objective in question. Are highlighted some theoretical reflections on mathematical riddles, the potentialities they offer for the teaching of this science, as well as a representation of them by sections, with their respective suggestions and solutions. These riddles have been used in lessons of the Practical subject of Solving Exercises and Problems of Elementary Mathematics I, which is taught in the first year, obtaining satisfactory results in motivation for the study of mathematical contents.

Key words: Mathematical Riddles; Pamphlet; Motivation.

INTRODUÇÃO

Uma das barreiras que historicamente tem dificultado a aprendizagem da matemática na escola é o que vários matemáticos descrevem como matofobia (terror à matemática). A rejeição da matemática foi transmitida de geração em geração; isto fez com que as pessoas, mesmo sem entrar no maravilhoso mundo do trabalho matemático, expressassem abertamente a sua aversão a ele. Existe uma ideia pré-concebida e fortemente enraizada na mente das nossas crianças, adolescentes e jovens, de que a Matemática é uma ciência chata, demasiado abstrata, inútil, desumana e muito difícil.

É claro que grande parte dos insucessos matemáticos de muitos alunos de qualquer nível de ensino tem origem num posicionamento afetivo inicial totalmente destrutivo do seu próprio potencial nesta área, causado, em muitos casos, pelo tratamento conhecimento inadequado dos conteúdos desta ciência por parte de seus professores. Por isso é necessário recorrer à utilização de vários meios e recursos disponíveis, para que os alunos percebam o sentimento estético, o prazer lúdico que a matemática é capaz de lhes proporcionar, com o objetivo de os envolver, envolver no seu estudo em uma forma mais agradável. (De Guzmán, 1993).

Para alcançar uma aprendizagem matemática adequada e aplicável ao cotidiano do homem, uma importante categoria psicológica deve ser levada em consideração: a motivação. Este aspecto tem despertado o interesse de muitos estudiosos, entre os quais se destacam Alsina & Domingo (2007), Valenzuela (2015), apenas para citar alguns.

Na formação de profissionais da especialidade Matemática, é preocupação do corpo docente buscar métodos e formas de aumentar a motivação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas relacionadas à matemática que são ministradas na licenciatura, visto que muitas pesquisas nesse sentido, comprovam que isso afeta diretamente os resultados acadêmicos e a sua permanência na licenciatura. É por esta razão, entre outras razões, que se propuseram continuar a procurar formas

de alcançar a motivação adequada nas aulas desta ciência. Muitos defendem o critério de que a utilização de quebra-cabeças matemáticos pode ser uma alternativa eficaz para isso, pelas características que possuem.

Existem vários autores que investigaram quebra-cabeça. Para Peri & Godoy (1998) quebra-cabeça é um tipo de problema em que uma situação é descrita, mas por meio de dados fragmentados e pistas indiretas. Consiste fundamentalmente numa descrição geral do problema, onde podem ser identificadas as dimensões e limites, e um conjunto de pistas, indicações e condições.

Esses autores classificam os quebra-cabeças em quatro categorias: fornecem informações específicas (é dada uma ou mais informações essenciais para resolver a situação); eliminações (são oferecidos dados que permitem eliminar possibilidades); limites superiores e inferiores (são oferecidos dados que permitem saber o maior ou o menor de algo); pistas mais sutis (há dados que indiretamente significam algo importante na resolução da situação).

Propõem também uma estratégia para resolver os quebra-cabeças: definir os assuntos envolvidos; descrever as pistas, sinais e condições; fazer inferências sobre os dados que completam a descrição da situação.

Para Danesi (2003) um quebra-cabeça é um utensílio recreativo que foi projetado para proporcionar distração e aprimorar habilidades. Embora as suas características específicas possam variar um pouco de uma cultura para outra, a sua estrutura básica e, sobretudo, a sua intenção de despertar competências, permanecem. Este autor sugere que o apelo dos quebra-cabeças reside no facto de esconderem as respostas enquanto clamam para serem resolvidos, desafiando aqueles que os enfrentam a opor a sua própria engenhosidade à daqueles que os conceberam.

Koszla-Szymanska (2010) apresenta a origem etimológica da palavra quebra-cabeças que vem do latim: *ad* e *certum* (certa coisa), e algumas de suas definições refletidas em diversos dicionários. Afirma também que embora na maioria dos dicionários espanhóis as palavras quebra-cabeças e adivinhações apareçam como palavras sinônimas,

entre essas duas noções existem diferenças de natureza estrutural, quebra-cabeças são enigmas em prosa e adivinhações são enigmas em verso.

Este autor sugere ainda que as vantagens das atividades recreativas são múltiplas; a eficácia de aprender com diversão é infalível. Então, pelas características lúdicas que as charadas apresentam, elas podem ser uma ferramenta adequada para alcançar esse aprendizado.

Fernández (2011) considera o quebra-cabeça como um jogo para se divertir e aprender. Acrescenta ainda que há opiniões de que um quebra-cabeça tem a ver com uma determinada situação aparentemente paradoxal, um enigma que está relacionado com um jogo de palavras. Os jogos ensinam e revelam, fazem você refletir e sorrir, desenvolvem a imaginação e a criatividade, viram a lógica e o pensamento linear e racional de cabeça para baixo. Nos quebra-cabeças você procura soluções e respostas.

Os quebra-cabeças não são apresentados como um problema com uma solução óbvia. Em certo sentido, muitos têm a característica de querer enganar quem tenta resolvê-los. Existe a opinião de que os quebra-cabeças levam a uma única solução, mas alguns foram publicados com mais de uma solução; por tanto, não se pode ser absoluto neste sentido.

Embora os autores deste trabalho não tenham encontrado uma definição específica de quebra-cabeça matemático, eles assumirão como tal aquele em que a situação descrita está relacionada ou pode ser resolvida através de conteúdo matemático.

A solução para um quebra-cabeça matemático pode ser obtida reunindo todos os dados que descrevem a situação, que são apresentados de forma incompleta, com dados fragmentados e pistas indiretas. Esta solução é normalmente obtida através de um processo de dedução e eliminação, ou seja, semelhante às ações que devem ser realizadas na solução de um jogo, método que tem demonstrado aumentar a motivação em qualquer aula de ciências. Os autores deste trabalho assumem a definição dada por Peri e Godoy (1998), embora concordem com outros que propõem charadas como um jogo ou jogo de palavras que serve para entreter as pessoas.

De acordo com os conceitos e definições expressos sobre os quebra-cabeças, estes são equiparados a jogos, são apresentados como situações e tiveram a sua importância na história da matemática; portanto, na opinião dos autores, estes podem ser utilizados para aumentar a eficiência no processo de ensino-aprendizagem de matemática, principalmente como alternativa motivacional. Daí a proposta dos autores de elaborar um folheto com quebra-cabeças matemáticos, para motivar os alunos no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas relacionadas à matemática ministradas na licenciatura.

MATERIAIS E MÉTODOS

A elaboração do folheto como meio de ensino para contribuir para a motivação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas relacionadas com a matemática lecionadas na Licenciatura em Educação Matemática foi realizada ao longo do ano letivo 2020-2021.

Esta pesquisa caracterizou-se pela utilização de um folheto com quebra-cabeças matemáticos, não como meio de ensino para o desenvolvimento da capacidade de raciocínio matemático dos alunos, mas para motivação no processo de ensino-aprendizagem de disciplinas relacionadas à matemática em Educação Matemática.

Nesta pesquisa foram utilizados os dois métodos fundamentais para validar a solução proposta para um problema em uma pesquisa pedagógica: análise crítica em grupo de especialistas e implementação na prática educativa; a primeira, conhecer os critérios e opiniões dos especialistas sobre a relevância e possibilidades de aplicação do folheto, e, a segunda, verificar na prática educativa a sua eficácia a partir do desenvolvimento da motivação dos alunos.

A análise crítica em grupo de especialistas foi planejada em três etapas ou momentos:

1. Seleção de especialistas.
2. Elaboração e aplicação do questionário de opinião aos especialistas.
3. Compilação e processamento dos resultados da avaliação emitida pelos especialistas.

Dadas as características desta pesquisa, optou-se por selecionar os especialistas com base nos seguintes critérios:

- Conhecimento de metodologia de ensino de matemática.
- Conhecimento ou informação sobre motivação no processo de ensino-aprendizagem.
- Conhecimento ou informação sobre alternativas didáticas no processo de ensino-aprendizagem.
- Trabalho realizado sobre motivação no processo de ensino-aprendizagem.
- Trabalhos realizados sobre alternativa didática, ou onde tenha sido utilizada alternativa didática, no processo de ensino-aprendizagem.
- Trabalho elaborado e/ou implementado alternativas de motivação no processo de ensino-aprendizagem.

Para a seleção dos especialistas foi utilizada a metodologia desenvolvida e aprovada pelo Comitê Estadual de Ciência e Tecnologia da ex-URSS, que consiste na determinação do coeficiente K de competência ($K = \frac{1}{2}(Kc + Ka)$) por meio do cálculo Kc: coeficiente de conhecimento ou informação que o questionado possui sobre o problema, calculado com base em sua avaliação em uma escala de 0 a 10 e multiplicado por 0,1, e Ka: coeficiente de argumentação ou fundamentação, determinado como resultado da soma de os pontos alcançados em uma tabela de padrões.

A população foi composta por 38 alunos que cursavam a licenciatura. Desse universo, foram selecionados como amostra intencional 13 alunos do primeiro ano do Curso Diurno, representando 34,21% da população.

Foram utilizados métodos de modelagem analítico-sintético, indutivo-dedutivo, sistêmico-estrutural e funcional. Estas permitiram-nos penetrar na essência do problema, descobrir ligações lógicas, as suas causas, as suas peculiaridades, resumir e tirar conclusões.

A observação e análise de documentos como as atas das reuniões dos grupos do ano também foram postas em prática. Estas permitiram-nos conhecer critérios e opiniões, bem como recolher informações relacionadas com o problema.

Além disso, utilizou-se a Estatística Descritiva por meio de análise percentual

e utilização de tabelas. Isso permitiu que as informações fossem processadas e descritas.

DESENVOLVIMENTO

Breve descrição do folheto contendo quebra-cabeças matemáticos.

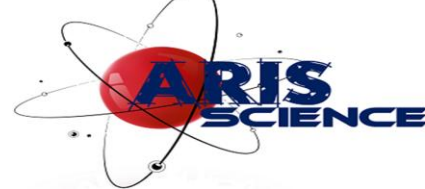
O ensino da matemática é um dos aspectos essenciais da educação das novas gerações, e o importante papel desempenhado por esta ciência no desenvolvimento técnico-científico torna a sua aprendizagem uma necessidade para que os jovens se preparem para a vida e para o trabalho.

O processo de ensino-aprendizagem da matemática pode ser desenvolvido de forma eficaz por meio da resolução, pelos alunos, de situações corretamente colocadas pelos educadores. Os quebra-cabeças matemáticos podem ser utilizados nesse processo como alternativa para motivar nas diferentes formas de organização do ensino utilizadas no ensino superior.

Com esse objetivo foi criada o folheto Quebra-cabeças Matemáticos. Este está dividido em quatro partes: Primeira parte: contém algumas definições, conceitos e avaliações do quebra-cabeça proposto por pesquisadores e estudiosos do assunto; Segunda parte: mostra os quebra-cabeças em quatro seções, onde estão localizados de acordo com o conteúdo a que estão relacionados, embora isso não seja absoluto, pois se os professores encontrarem uma relação entre determinados quebra-cabeças com outros conteúdos matemáticos, eles poderão ser utilizados neles: seção 1: lógica, seção 2: raciocínio, seção 3: conjuntos e domínios numéricos, seção 4: trabalho com variáveis; Terceira parte: apresenta um conjunto de sugestões que podem ser utilizadas para resolver determinados quebra-cabeças; Quarta parte: reflete a solução de cada quebra-cabeça.

Quanto à complexidade dos quebra-cabeças, muitos não necessitam de conhecimentos matemáticos superiores para resolvê-los, mas podem ser utilizados no ensino de conteúdos neste ensino. Alguns, porém, podem exigir uma segunda leitura, o que não deve desanimar os alunos, pois esta é uma ação adequada na resolução de qualquer tipo de problema.

ARISTAS DE LAS CIENCIAS



Abaixo estão algumas sugestões que você deve ter em mente ao usar o material nas aulas:

- Selecione o quebra-cabeça a ser usado com base no conteúdo a ser ensinado.
- Tenha em mente em que parte da aula você usará o quebra-cabeça selecionado (introdução, desenvolvimento, conclusão)
- Avaliar as possibilidades de incorporação de ações (como subseções) a serem realizadas pelos alunos para cumprir os objetivos que pretendem alcançar nas aulas.
- Leve em consideração as possibilidades educacionais que as charadas proporcionam para contribuir na formação de valores de seus alunos.
- Elabore tarefas investigativas que sejam realizadas fora das aulas e desperte o interesse em seus alunos criando ou pesquisando quebra-cabeças relacionados ao conteúdo em estudo.
- As atividades propostas devem levar em consideração as características dos alunos e as diferenças individuais existentes no grupo.
- As atividades desenhadas deverão ter: um tema com o qual os quebra-cabeças selecionados estejam relacionados; conteúdos aos quais os quebra-cabeças selecionados estão relacionados; objetivo da atividade; meios que são usados; metodologia para sua utilização e avaliação para medir o nível de motivação.

No folheto descreve-se brevemente suas partes e seções e anexa a bibliografia que serviu de fonte para a elaboração do material.

Algumas quebra-cabeças matemáticos que aparecem no folheto

SEÇÃO 1: Lógica matemática

➤ Quantas mentiras?

Um homem louco disse as seguintes frases consecutivamente:

Vou contar 5 mentiras.

- O que eu disse antes é mentira.
- O que eu disse antes é mentira.
- O que eu disse antes é mentira.
-
- O que eu disse antes é mentira.

Quantas mentiras ele contou?

SEÇÃO 2: Raciocínio lógico-matemático

➤ Muitos asteriscos

Dada a seguinte multiplicação, onde alguns dígitos foram substituídos por asteriscos:

5 *** **2 • **

3*****4

*****4

Qual é o segundo fator?

SEÇÃO 3: Conjuntos e domínios numéricos

➤ Medição do rolo de aço

Seu vizinho tem 5 réguas de 2, 3, 4, 5 e 6 metros, respectivamente, e quer medir um rolo de aço. Ao usar a regra dos 2 metros, sobrou 1 metro de aço; Ao usar a regra dos 3 metros, sobraram 2 metros de aço; Ao usar a regra dos 4 metros, sobraram 3 metros de aço; Ao usar a regra dos 5 metros, sobraram 4 metros de aço; e ao usar a regra dos 6 metros, sobraram 5 metros de aço. Cada vez que usei uma regra, esqueci quantas vezes a usei. Já cansado, desista. Com essas informações, você não conseguirá ajudar seu vizinho e dizer-lhe o comprimento do rolo de aço, se também se sabe que ele mede menos de 100 metros?

SEÇÃO 4: Trabalhando com variáveis

➤ Metade mais meia laranja

Um menino quer entrar num laranjal para comer uma laranja. Para isso, deve passar por três portas consecutivas vigiadas por guardas, que lhe permitem passar desde que, ao regressar, lhe dêem metade das laranjas que traz mais meia laranja. Quantas laranjas o menino deve coletar para sair com a laranja que deseja comer? Ah! e não há necessidade de partir nenhuma laranja para obter o resultado.

Sugestões para resolver alguns quebra-cabeças

SEÇÃO 1: Lógica matemática

➤ Quantas mentiras?

- Considere cada frase venática como uma proposição.
- Suponha que a primeira proposição seja verdadeira.
- Atribua o valor de verdade às restantes proposições de acordo com o pressuposto.
- A suposição anterior está correta?
- Então, quantas mentiras temos.
- Suponha que a primeira proposição seja falsa.

- Atribua o valor de verdade às restantes proposições de acordo com o pressuposto.
- A suposição anterior está correta?
- Então, quantas mentiras temos.
- Responda o quebra-cabeças.

SEÇÃO 2: Raciocínio lógico-matemático

➤ Muitos asteriscos

- Analise o que acontece quando você multiplica as cifras das dezenas do segundo fator pelo primeiro fator. Chegar a uma conclusão.
- Analise o que acontece quando você multiplica as cifras das unidades do segundo fator pelas cifras das unidades do primeiro. Cheguei a uma primeira conclusão.
- Analisar o que acontece se for testado com os resultados da conclusão obtida.
- Responda o quebra-cabeças.

SEÇÃO 3: Conjuntos e domínios numéricos

➤ Medição do rolo de aço

- Determinar o mínimo múltiplo comum entre os comprimentos das regras utilizadas.
- Analisar qual operação deverá ser realizada com o mínimo múltiplo comum para encontrar a solução do quebra-cabeça, levando em consideração que o excedente em cada medição é um metro menor que o comprimento da régua utilizada.
- Responda o quebra-cabeças.

SEÇÃO 4: Trabalhando com variáveis

➤ Metade mais meia laranja

- Preencha uma tabela com duas colunas onde a primeira coluna contém as frases: laranjas sobram para o primeiro guardião; laranjas deixadas para o segundo guardião; laranjas deixadas para o terceiro guardião; expressão para calcular o resultado final; e na segunda coluna aparecem as respectivas expressões matemáticas correspondentes a cada frase.
- Responda o quebra-cabeças.

Solução dos quebra-cabeças

SEÇÃO 1: Lógica matemática

➤ Quantas mentiras?

Se cada frase for tomada como uma proposição, temos:

Proposição 1: Vou contar 5 mentiras.

Proposição 2: O que eu disse acima é mentira.

Proposição 3: O que eu disse acima é mentira.

Proposição 4: O que eu disse acima é mentira.

Proposição 5: O que eu disse acima é mentira.

Se analisarmos os 4 últimos, fica claro que 2 são mentiras e 2 são verdades. Na verdade, se a segunda fosse verdade, a terceira seria mentira, a quarta verdade e a quinta mentira. Se a segunda era mentira, então a terceira era verdadeira, a quarta era mentira e a quinta era verdade. Como nas últimas 4 só há 2 mentiras, então a primeira também é mentira e pode-se dizer que o venático contou um total de 3 mentiras.

SEÇÃO 2: Raciocínio lógico-matemático

➤ Muitos asteriscos

Multiplicando as cifras das dezenas do segundo fator pelo primeiro, o resultado é um número com o mesmo número de cifras que este, portanto, este algarismo só pode ser 1.

Multiplicando as cifras das unidades do segundo fator pelas cifras das unidades do primeiro (que é 2), o resultado é 4, então estas cifras das unidades pode ser 2 ou 7. Se fosse 2, multiplicando-o pelas cifras das unidades do milhão, o resultado foi um número de duas casas onde as cifras das dezenas era 1 e não 3, como mostra o quebra-cabeça. Porém, se fosse 7, ao multiplicar pelas cifras das unidades do milhão o resultado poderia ser 3; por tanto, o segundo fator de multiplicação é 17.

SEÇÃO 3: Conjuntos e domínios numéricos

➤ Medição do rolo de aço

O mínimo múltiplo comum entre 2, 3, 4, 5 e 6 é 60. Então, como o excedente em cada medição é um metro menor que o comprimento da régua utilizada, subtraímos um metro desse mínimo múltiplo comum e encontramos o comprimento que procuramos: 59 metros.

Verificação:

$$59:2 = 29 + 1$$

$$59:3 = 19 + 2$$

$$59:4 = 14 + 3$$

$$59:5 = 11 + 4$$

$$59:6 = 9 + 5$$

SEÇÃO 4: Trabalhando com variáveis

➤ Metade mais meia laranja

Laranjas deixadas para o primeiro

$$\text{guardião: } \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$

Laranjas deixadas para o segundo

$$\text{guardião: } \frac{x - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$$

Laranjas deixadas para o terceiro
guardião:

$$\frac{x - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{4}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x}{8} + \frac{1}{8}$$

Resultado final:

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \frac{x}{4} + \frac{1}{4} + \frac{x}{8} + \frac{1}{8} + 1 = x = 15$$

Depois, o menino deve coletar 15 laranjas.

Para avaliar o nível motivacional dos alunos por meio do uso de quebra-cabeças nas aulas, foram propostos três indicadores: atenção às explicações, perseverança nos trabalhos independentes ou em grupo e participação nas aulas. O professor deve aplicar, com muita eficiência, o método de observação para fazer avaliações sobre a finalidade em questão.

Foi criada uma escala de avaliação para cada indicador.

Indicador: atenção às explicações

Escala de classificação

Alto: quando estão extremamente interessados nas explicações do professor ou do aluno.

Médio: quando demonstram algum interesse nas explicações do professor ou do aluno.

Baixo: quando não demonstram interesse pelas explicações do professor ou de um aluno.

Indicador: perseverança no trabalho independente ou em grupo.

Escala de classificação

Alto: quando se envolvem e se esforçam para resolver os exercícios e problemas propostos.

Médio: quando a princípio se esforçam para resolver os exercícios e problemas propostos, mas depois de não terem sucesso na solução tendem a abandoná-la.

Baixo: quando os alunos não se esforçam para resolver os exercícios e problemas propostos.

Indicador: participação nas aulas

Escala de classificação

Alto: quando participam ativamente na concretização e socialização das soluções e das formas de resolução dos exercícios e problemas propostos.

Médio: quando, apenas ocasionalmente, o aluno participa ativamente na realização e socialização das soluções e das formas de resolução dos exercícios e problemas propostos.

Baixo: quando participa passivamente da realização e socialização das soluções e das formas de resolução dos exercícios e problemas propostos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Dos 38 possíveis especialistas inquiridos, 18 apresentam um elevado nível de competência relativamente ao tema em investigação, pois é verdade que $0,8 \leq K \leq 1,0$, e 13 têm um nível de competência médio, pois é verdade que $0,5 \leq K < 0,8$. Os demais 7 respondentes possuem baixo nível de competência, devido ao $K < 0,5$, que não foram considerados especialistas para esta pesquisa.

De uma forma geral, 100% dos especialistas manifestaram-se favoravelmente sobre a proposta apresentada, destacando como critérios mais significativos:

“Os quebra-cabeças matemáticos têm sido frequentemente utilizados para desenvolver as capacidades de raciocínio matemático dos alunos e para treino de competição, pois existe uma tendência para considerá-los como exercícios ou problemas “difíceis” aos quais nem todos os alunos têm acesso. eles são concebidos na proposta, sobretudo, na forma como a atividade dos alunos é organizada para resolvê-los, é algo novo e interessante.”

“Iniciar as aulas de disciplinas no ensino superior com quebra-cabeças, principalmente nas carreiras que são responsáveis pela formação de professores de disciplinas ministradas no ensino médio, é um aspecto duplamente importante; em primeiro lugar, aumenta a motivação para estudá-los e, em segundo lugar, prepara-os profissionalmente para utilizá-los na sua futura actividade profissional.

“Uma alternativa como essa rompe com os esquemas tradicionais e as práticas rotineiras que prevaleceram nas aulas de matemática durante séculos.

Implementá-lo e generalizá-lo é uma contribuição valiosa para o ensino da matemática.”

Dentre as principais sugestões dos especialistas para o aprimoramento da alternativa, a mais recorrente foi a proposta de não apenas buscar quebra-cabeças, mas também confeccionar algumas delas pelos próprios alunos.

A implementação do folheto nas aulas produziu resultados significativos, tais como:

- ✓ A Disciplina Prática de Resolução de Exercícios e Problemas de Matemática Elementar está entre as duas mais apreciadas pelos alunos; dos 13 alunos, 6 colocam-no entre os mais apreciados por 46,15% e 9 colocam-no entre as três primeiras opções, por 69,23%.
- ✓ 10 dos 13 alunos, para 76,92%, gostaram da utilização de quebra-cabeças matemáticos nas aulas de Prática de Resolução de Exercícios e Problemas de Matemática Elementar, pelas características que apresentam: divertidas, agradáveis, intrigantes, atrativas, motivadoras; 76,92% dos alunos afirmaram que gostariam que quebra-cabeças matemáticos como os discutidos fossem utilizados em outras disciplinas relacionadas à matemática. Isso mostra a eficácia no cumprimento do objetivo principal deste trabalho.
- ✓ A análise estatística mostra que os indicadores propostos para a avaliação da motivação durante a utilização da quebra-cabeças tiveram geralmente um desempenho elevado. Observou-se que o esforço para resolução dos exercícios e problemas propostos de dois alunos não foi o máximo, bem como a sua participação ativa na concretização e socialização das soluções e dos seus caminhos. Afirmaram que não conseguiram encontrar uma forma de resolver alguns dos quebra-cabeças colocados, pelo que foram as ações da professora e dos restantes alunos que os levaram a resolver as situações.

CONCLUSÕES

Dentre as características dos alunos levantadas pela professora do ano principal no primeiro encontro da turma

do ano, houve

grande destaque para a falta de motivação para o estudo, questão principal que levou os autores a realizarem este trabalho.

Os quebra-cabeças matemáticos não são muito utilizados nas aulas de Matemática e, quando são usadas, são fundamentalmente empregados para contribuir para o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio matemático. Este trabalho propõe que contribuam para a motivação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem desta especialidade.

As opiniões recolhidas junto dos especialistas demonstram a viabilidade do folheto, a utilidade dos quebra-cabeças e as suas múltiplas possibilidades de exploração em diversas esferas educativas. Demonstra também a contribuição do folheto com quebra-cabeças matemáticas para a motivação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas relacionadas à matemática ministradas na Licenciatura em Educação Matemática, as emoções demonstradas pelos alunos, apoiadas no envolvimento e pessoal interesse no conteúdo da atividade de aprendizagem em si e na satisfação que sentiram ao realizá-la.

Recomendações

Implementar quebra-cabeças matemáticos em outras disciplinas ministradas no curso de Ensino da Matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, Á. & Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. SUMA: Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las MATEMÁTICAS, 56, 23-31.
- Danesi, M. (2023). Acertijos matemáticos e imaginación: Una visión viquiana de la enigmatología. Cuadernos sobre vico, 15-16, 49-64.
- De Guzmán, M. (2023). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. [Libro en línea]. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: Editorial Popular.
- Fernández Palop, P. & Caballero García, P. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: Fortalezas y debilidades. Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado, 20(1),

201-217.

Fernández Poncela, A. M. (2021).

Prejuicios y estereotipos. Refranes, chistes y acertijos, reproductores y transgresores. *Revista de Antropología Experimental*, 11, 317-328.

Koszla-Szymanska, M. (2020). Acertijos, adivinanzas y enigmas como materiales de apoyo en la enseñanza de la lengua española. *Instituto de Estudios Ibéricos e Iberoamericanos, Universidad de Varsovia*, pp. 99-109. Polonia.

Mena Lorenzo, J. A., Acosta Rodriguez, M. & Lazo Lorente, A. R. (2020). La bibliografía básica: Medio esencial en la asignatura Elementos de Economía y Legislación Laboral. *Mendive. Revista de Educación*, 18(2), 315-325.

Mirabal Valdés, I. (2023). Concepción teórico-metodológica para la utilización del mapa como medio de enseñanza de la Historia [Doctorado]. *Universidad de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales"*.

Morales Paez, Y., Aguilar Hernández, V. & Rodríguez Delgado, C. (2018). Los medios de enseñanza para la apropiación de contenidos profesionales. *Mendive. Revista de Educación*, 16(1), 65-78.

Niño Vega, J. A. & Fernández Morales, F. H. (2019). Una mirada a la enseñanza de conceptos científicos y tecnológicos a través del material didáctico utilizado. *Revista Espacios*, 40(15), 14.

Peraza Zamora, C., Gil López, Y., Pardo García, Y. & Soler Cruz, L. O. (2017). Caracterización de los medios de enseñanza en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Física. *PODIUM: Revista de Ciencia y Tecnología en la Cultura Física*, 12(1), 4-11.

Peri, J. A. & Godoy, D. L. (2018). Utilización de acertijos lógicos como ejercicios motivadores para la enseñanza de la programación lógica. *In IV Congreso Argentina de Ciencias de la Computación*.

Ruiz-Macías, E. & Enrique Duarte, J. (2018). Diseño de un material didáctico computarizado para la enseñanza de oscilaciones y ondas, a partir del estilo de aprendizaje de los estudiantes. *Revista de investigación, desarrollo e innovación*, 8(2), 295-309.

Silva-Peña, I., Gómez Nocetti, V. & Precht Gandarillas, A. (2015). Motivación escolar: Claves para la formación motivacional de futuros docentes. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 41(1), 351-361.

Zubillaga Berazaín, R. B. (2020). Algo + que acertijos matemáticos. *Editorial Científico-Técnica*.